第18講　確率(2)

例題 18 − 1

1個のさいころを5回投げるとき，次の問いに答えよ.

(1)　3の倍数の目がちょうど3回出る確率を求めよ.

(2)　3の倍数の目が3回以上出る確率を求めよ.

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 18 ー 1

1 個のさいころを 4 回投げるとき，次の確率を求めよ.

(1)　5 以上の目がちょうど 2 回出る確率.

(2)　4 回目に 2 度目の 5 の目が出る確率.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 18 − 2

数直線上を動く点Ｐが原点にある．１枚の硬貨を投げて，表が出たら正の方向に 3，裏が出たら負の方向に 2 進む．コインを 5 回投げるとき，点Ｐが原点に戻っている確率を求めよ．

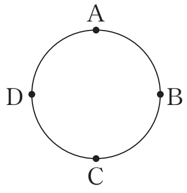
【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 18 ー 2

⑴　数直線上を動く点 P が原点の位置にある．1 個のさいころを投げて 4 以下の目が出たら正の向きに 2，5 以上の目が出たら負の向きに 1 だけ進む．さいころを 4 回投げたとき，点 P が座標 2 のところにいる確率を求めよ．

⑵　右図において，点 P は A を出発点として確率 $\frac{2}{3}$ で右回りに 1 つ次の点に移り，確率 $\frac{1}{3}$ で左回りに 1 つ次の点に移る．3 回の移動で，点 P が点 B にいる確率を求めよ．



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 18 − 3

(1)　男子 64 人，女子 36 人のうち，徒歩で通学している人が男子 25 人，女子 15 人であった．この男女 100 人の中から選ばれた 1 人が男子のとき，その人が徒歩で通学している確率を求めよ．

(2)　白球 5 個と赤球 3 個が入った袋から球を 1 個取り出し，それをもとに戻さずもう 1 個取り出す．1 回目に白球が出たとき，2 回目に赤球が出る確率を求めよ．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 18 ー 3

(1)　男子46人，女子54人があるクイズを行ったところ，男子の正解者は30人，女子の正解者は36人であった．この男女100人の中から選ばれた1人が不正解者であるとき，その人が女子である確率を求めよ．

(2)　白球7個と赤球2個が入った袋から球を1個取り出し，それをもとに戻さずもう1個取り出す．1回目に白球が出たとき，2回目も白球が出る確率を求めよ．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 18 ― 4

(1)　10 本のくじのうち，4 本が当たりくじである．このくじを A，B が順に 1 本ずつ引くとき，次の問いに答えよ．ただし，一度引いたくじはもとに戻さない．

　(ア)　A，B ともに当たる確率.　　　(イ)　B が当たる確率.

(2)　赤球 6 個と白球 3 個が入った袋 A と，赤球 3 個と白球 4 個が入った袋 B がある．袋 A から 1 球取り出し，それを袋 B に入れた後に袋 B から 2 球同時に取り出すとき，2 球とも赤球である確率を求めよ.

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 18 ー 4

(1)　1 から 20 までの数字が書かれた 20 枚のカードから，もとに戻さずに 1 枚ずつ 2 枚引くとき，2 枚目が 3 の倍数である確率を求めよ．

(2)　赤球 3 個と白球 2 個が入った袋 A と，赤球 2 個と白球 2 個が入った袋 B がある．袋 A から 1 球取り出し，それを袋 B に入れた後に袋 B から球を 1 球取り出すとき，それが白球である確率を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講　確率(2)

(1)　引き分けのないゲームでAがBに勝つ確率は $\frac{2}{3}$ である．AとBがゲームをし，先に3ゲーム勝った方を優勝とする．このとき，4ゲーム目でAが優勝する確率は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ である．

(2)　硬貨を投げて表が出たら前に2m，裏が出たら後ろに1m進む．硬貨を6回投げたとき，前に9m以上進んでいる確率は $\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オカ}}$ である．

(3)　10本のくじの中に当たりが2本ある．引いたくじをもとに戻さずA，B，Cの3人がこの順に1本ずつ引くとき，Bが当たる確率は $\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$，　Cが当たる確率は $\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講　確率(2)

例題18－1
1個のさいころを5回投げるとき，次の問いに答えよ．
(1)　3の倍数の目がちょうど3回出る確率を求めよ．
(2)　3の倍数の目が3回以上出る確率を求めよ．

(1)　1回の試行で3の倍数の目が出る確率は　$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

よって求める確率は　${}_5C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2=10\times\frac{2^2}{3^5}=\mathbf{\frac{40}{243}}$

(2)　3の倍数の目が4回出る確率は　${}_5C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^1=5\times\frac{2}{3^5}=\frac{10}{243}$

3の倍数の目が5回出る確率は　$\left(\frac{1}{3}\right)^5=\frac{1}{243}$

よって3の倍数の目が3回以上出る確率は　$\frac{40}{243}+\frac{10}{243}+\frac{1}{243}=\frac{51}{243}=\mathbf{\frac{17}{81}}$

類題18－1
1個のさいころを4回投げるとき，次の確率を求めよ．
(1)　5以上の目がちょうど2回出る確率．
(2)　4回目に2度目の5の目が出る確率．

(1)　1回の試行で5以上の目が出る確率は　$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

よって求める確率は　${}_4C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2=6\times\frac{2^2}{3^4}=\mathbf{\frac{8}{27}}$

(2)　4回目に2度目の5の目が出るのは，3回目までに5がちょうど1回出て，4回目に2度目の5が出るときである．

よって求める確率は　${}_3C_1\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{5}{6}\right)^2\times\frac{1}{6}=3\times\frac{5^2}{6^4}=\mathbf{\frac{25}{432}}$

例題18－2
数直線上を動く点Pが原点にある．1枚の硬貨を投げて，表が出たら正の方向に3，裏が出たら負の方向に2進む．コインを5回投げるとき，点Pが原点に戻っている確率を求めよ．

硬貨を1回投げて，表が出る確率，裏が出る確率はともに $\frac{1}{2}$ である．

5回のうち，表が x 回出るとすると，点Pの座標は　$3x+(-2)\cdot(5-x)=5x-10$

点Pが原点に戻っているとき　$5x-10=0$　より　$x=2$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

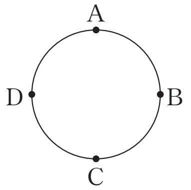
よって求める確率は，5回のうち表が2回，裏が3回出る確率である．

したがって　${}_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3=10\times\frac{1}{2^5}=\boldsymbol{\frac{5}{16}}$

類題 18 − 2

(1)　数直線上を動く点Pが原点の位置にある．1個のさいころを投げて4以下の目が出たら正の向きに2，5以上の目が出たら負の向きに1だけ進む．さいころを4回投げたとき，点Pが座標2のところにいる確率を求めよ．

(2)　右図において，点PはAを出発点として確率 $\frac{2}{3}$ で右回りに1つ次の点に移り，確率 $\frac{1}{3}$ で左回りに1つ次の点に移る．3回の移動で，点Pが点Bにいる確率を求めよ．



(1)　1個のさいころを投げて，4以下の目が出る確率は $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$,

5以上の目が出る確率は　$\frac{1}{3}$

さいころを4回投げて4以下の目が出る回数を x とすると

$2x+(-1)(4-x)=2$　より　$x=2$

よって求める確率は　${}_4C_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2=\boldsymbol{\frac{8}{27}}$

(2)　右向きを正の方向，左向きを負の方向とすると，$\frac{2}{3}$ の確率で1，$\frac{1}{3}$ の確率で −1進むと考えられる．正の方向に x 回進むとすると，3回の移動における点Pの移動は

$1\cdot x+(-1)\cdot(3-x)=2x-3$　　と表される．

この移動で点Pが点Bにいるのは

(i)　$2x-3=1$

(ii)　$2x-3=-3$

のとき．

(i)のとき　$x=2$　より　その確率は　${}_3C_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^1=3\times\frac{4}{3^3}=\frac{4}{9}$

(ii)のとき　$x=0$　より　その確率は　$\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$

以上より求める確率は　$\frac{4}{9}+\frac{1}{27}=\boldsymbol{\frac{13}{27}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 18 ー 3

(1)　男子 64 人，女子 36 人のうち，徒歩で通学している人が男子 25 人，女子 15 人であった．この男女 100 人の中から選ばれた 1 人が男子のとき，その人が徒歩で通学している確率を求めよ．

(2)　白球 5 個と赤球 3 個が入った袋から球を 1 個取り出し，それをもとに戻さずもう 1 個取り出す．1 回目に白球が出たとき，2 回目に赤球が出る確率を求めよ．

(1)　右表より求める確率は　$\boldsymbol{\dfrac{25}{64}}$

	男子	女子	合計
徒歩	25	15	40
徒歩でない	39	21	60
合計	64	36	100

(別解)

選ばれた人が男子であるという事象を A，徒歩で通学しているという事象を B とすると，求める確率は　$P_A(B)$ である．

$P(A)=\dfrac{64}{100}$，$P(A\cap B)=\dfrac{25}{100}$

よって求める確率は　$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{25}{100}\times\dfrac{100}{64}=\dfrac{25}{64}$

(2)　1 回目に白球を取り出すという事象を A，2 回目に赤球を取り出すという事象を B とすると，求める確率は　$P_A(B)$ である．

1 回目に白球が出たとき，残りの球は白球 4 個，赤球 3 個の 7 個である．2 回目にこの中から赤球を取り出す確率が求める確率である．したがって　$P_A(B)=\boldsymbol{\dfrac{3}{7}}$

(別解)　1 回目に白球を取り出す確率は　$P(A)=\dfrac{5}{8}$

1 回目に白球，2 回目に赤球を取り出す確率は　$P(A\cap B)=\dfrac{{}_5\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{P}_2}=\dfrac{15}{56}$

よって　$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{15}{56}\times\dfrac{8}{5}=\dfrac{3}{7}$

類題 18 ー 3

(1)　男子46人，女子54人があるクイズを行ったところ，男子の正解者は 30人，女子の正解者は 36人であった．この男女 100 人の中から選ばれた 1 人が不正解者であるとき，その人が女子である確率を求めよ．

(2)　白球 7 個と赤球 2 個が入った袋から球を 1 個取り出し，それをもとに戻さずもう 1 個取り出す．1 回目に白球が出たとき，2 回目も白球が出る確率を求めよ．

(1)　不正解者は $100-(30+36)=34$（人），女子の不正解者は $54-36=18$（人）である．

よって求める確率は　$\dfrac{18}{34}=\boldsymbol{\dfrac{9}{17}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　1回目に白球を取り出すという事象を A，2回目に白球を取り出すという事象を B とすると，求める確率は　$P_A(B)$ である．

1回目に白球が出たとき，残りの球は白球6個，赤球2個の8個である．2回目にこの中から白球を取り出す確率が求める確率である．したがって　$P_A(B)=\frac{6}{8}=\mathbf{\frac{3}{4}}$

例題 18 － 4

(1)　10本のくじのうち，4本が当たりくじである．このくじをA，Bが順に1本ずつ引くとき，次の問いに答えよ．ただし，一度引いたくじはもとに戻さない．

(ア)　A，Bともに当たる確率．　　(イ)　Bが当たる確率．

(2)　赤球6個と白球3個が入った袋Aと，赤球3個と白球4個が入った袋Bがある．袋Aから1球取り出し，それを袋Bに入れた後に袋Bから2球同時に取り出すとき，2球とも赤球である確率を求めよ．

(1)　Aが当たるという事象を A，Bが当たるという事象を B とする．

(ア)　$P(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$，$P_A(B)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ より　$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\mathbf{\frac{2}{15}}$

(イ)　$P(\overline{A})=\frac{3}{5}$，$P_{\overline{A}}(B)=\frac{4}{9}$ より　$P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(B)=\frac{3}{5}\times\frac{4}{9}=\frac{4}{15}$

よって求める確率は　$P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)=\frac{2}{15}+\frac{4}{15}=\frac{6}{15}=\mathbf{\frac{2}{5}}$

(2)　袋Aから赤球を取り出すときと白球を取り出すときに分けられ，これらは排反である．

よって求める確率は　$\frac{6}{9}\times\frac{{}_4C_2}{{}_8C_2}+\frac{3}{9}\times\frac{{}_3C_2}{{}_8C_2}=\frac{2}{3}\times\frac{3}{14}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{28}=\frac{1}{7}+\frac{1}{28}=\mathbf{\frac{5}{28}}$

類題 18 － 4

(1)　1から20までの数字が書かれた20枚のカードから，もとに戻さずに1枚ずつ2枚引くとき，2枚目が3の倍数である確率を求めよ．

(2)　赤球3個と白球2個が入った袋Aと，赤球2個と白球2個が入った袋Bがある．袋Aから1球取り出し，それを袋Bに入れた後に袋Bから球を1球取り出すとき，それが白球である確率を求めよ．

(1)　1回目に3の倍数を引くときと3の倍数以外の数を引くときに分けられ，これらは排反である．よって求める確率は　$\frac{6}{20}\times\frac{5}{19}+\frac{14}{20}\times\frac{6}{19}=\frac{30+84}{20\cdot19}=\frac{114}{20\cdot19}=\mathbf{\frac{3}{10}}$

(2)　袋Aから赤球を取り出すときと白球を取り出すときに分けられ，これらは排反である．

よって求める確率は　$\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\mathbf{\frac{12}{25}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講　確率(2)

(1)　引き分けのないゲームでAがBに勝つ確率は $\dfrac{2}{3}$ である．AとBがゲームをし，先に3ゲーム勝った方を優勝とする．このとき，4ゲーム目でAが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ である．

(2)　硬貨を投げて表が出たら前に2m，裏が出たら後ろに1m進む．硬貨を6回投げたとき，前に9m以上進んでいる確率は $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オカ}}$ である．

(3)　10本のくじの中に当たりが2本ある．引いたくじをもとに戻さずA，B，Cの3人がこの順に1本ずつ引くとき，Bが当たる確率は $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$，Cが当たる確率は $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ である．

解答例

(1)　4ゲーム目でAが優勝するのは，3ゲーム目までにAが2勝1敗で，4ゲーム目でAが勝つ場合である．よって求める確率は　${}_3\mathrm{C}_2\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\left(\dfrac{1}{3}\right)\times\dfrac{2}{3}=3\times\dfrac{2^3}{3^4}=\boldsymbol{\dfrac{8}{27}}$

(2)　硬貨を1回投げて，表が出る確率，裏が出る確率はともに $\dfrac{1}{2}$ である．

表の出る回数を x 回 $(0\leqq x\leqq 6)$ とすると

$2x+(-1)\cdot(6-x)\geqq 9$　より　$x\geqq 5$　　つまり　$x=5,\ 6$

よって求める確率は　${}_6\mathrm{C}_5\left(\dfrac{1}{2}\right)^5\left(\dfrac{1}{2}\right)^1+\left(\dfrac{1}{2}\right)^6=\dfrac{6}{64}+\dfrac{1}{64}=\boldsymbol{\dfrac{7}{64}}$

(3)　Bが当たるのは

(i)　Aがはずれ，Bが当たる

(ii)　A，Bともに当たる

の2つの場合があり，これらの事象は互いに排反である．

よってその確率は　$\dfrac{8}{10}\times\dfrac{2}{9}+\dfrac{2}{10}\times\dfrac{1}{9}=\dfrac{8}{45}+\dfrac{1}{45}=\dfrac{9}{45}=\boldsymbol{\dfrac{1}{5}}$

Cが当たるのは

(i)　Aが当たり，Bがはずれ，Cが当たる

(ii)　Aがはずれ，B，Cが当たる

(iii)　A，Bがはずれ，Cが当たる

の3つの場合があり，これらの事象は互いに排反である．

よってその確率は

$$\frac{2}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{1}{8}+\frac{8}{10}\times\frac{2}{9}\times\frac{1}{8}+\frac{8}{10}\times\frac{7}{9}\times\frac{2}{8}=\frac{1}{45}+\frac{1}{45}+\frac{7}{45}=\frac{9}{45}=\boldsymbol{\frac{1}{5}}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。